Past Time Linear Temporal Logic (Past Time LTL) is an extension of Linear Temporal Logic (LTL) that focuses on describing the properties of a system’s past states. It introduces past temporal operators such as “Previously” (P), “Historically” (H), “Since” (S), and “Once” (O), which allow for the examination of conditions that were true in previous states. This makes Past Time LTL particularly useful in runtime verification and debugging, where understanding the historical behavior of a system is crucial. While LTL can describe the past, present, and future states of a system, Past Time LTL specifically addresses past behaviors and properties, thereby extending LTL’s temporal scope to include historical analysis (Havelund and Peled, 2019; Ashari and Habib, 2023).

References:

* Havelund, K. and Peled, D. (2019) ‘An Extension of LTL with Rules and its Application to Runtime Verification’, *Runtime Verification*, pp. 1-22.
* Ashari, R. and Habib, S. (2023) ‘Chapter 5: Linear Temporal Logic (LTL)’, *Colorado State University*.

过去时间线性时态逻辑（Past Time Linear Temporal Logic，简称Past Time LTL）是线性时态逻辑（LTL）的扩展，专注于描述系统过去状态的性质。这在需要了解系统历史行为的场景中尤为重要，如运行时验证和调试。

**基本概念**

Past Time LTL通过引入指向过去的时态运算符扩展了标准LTL。这些运算符包括：

* **P（Previously）**：表示某个条件在前一个状态中为真。
* **H（Historically）**：表示某个条件在过去所有状态中一直为真。
* **S（Since）**：表示某个条件自另一个条件为真以来一直为真。
* **O（Once）**：表示某个条件在过去某个时刻为真。

**语法和语义**

Past Time LTL公式使用这些过去时态运算符以及标准逻辑运算符（¬、∨、∧）构建。这些运算符的语义通过状态序列定义，每个状态代表一个时间点。

例如：

* **P φ**：如果φ在前一个状态中为真，则该公式为真。
* **H φ**：如果φ在所有过去状态中一直为真，则该公式为真。
* **φ S ψ**：如果ψ自φ为真以来一直为真，则该公式为真。
* **O φ**：如果φ在过去某个时刻为真，则该公式为真。

**应用**

Past Time LTL广泛应用于运行时验证，其目标是监控系统的执行并确保其符合指定的性质。通过使用过去时态运算符，可以检查系统在执行历史中是否满足某些条件。

**示例**

假设我们有一个金融交易系统，我们可以用Past Time LTL来描述以下性质：

* **安全性**：交易从未超过设定的风险阈值（H ¬risk\_threshold）。
* **一致性**：每次交易完成后，系统状态都被正确更新（P transaction\_complete → state\_updated）。

这些性质可以通过Past Time LTL公式来表达，并用于验证系统在运行过程中的行为是否符合预期。